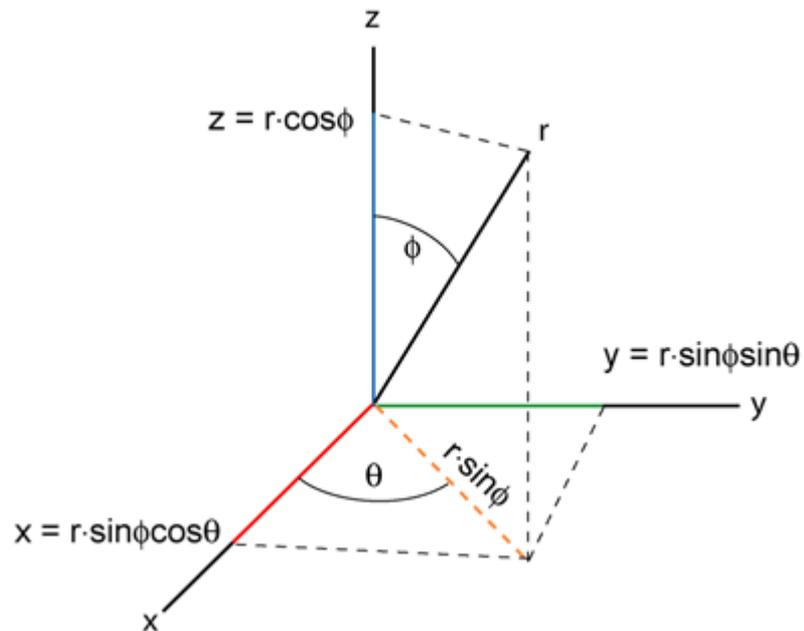


Zur Herleitung der **dreidimensionalen** Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung:
 Einführung von Kugelkoordinaten:



$$v_x = v \sin \Phi \cos \Theta$$

$$v_y = v \sin \Phi \sin \Theta$$

$$v_z = v \cos \Phi$$

$$\Rightarrow dv_x dv_y dv_z = v^2 \sin \Phi d\Phi d\Theta dv$$

$$\Rightarrow \int \text{über alle } \Phi, \Theta$$

$$\Rightarrow f(v) = \frac{dN}{N} \cdot \frac{1}{dv} = \dots$$

Eindimensionale Geschwindigkeitsverteilung von Stickstoff-Molekülen bei 298 und 1500 K

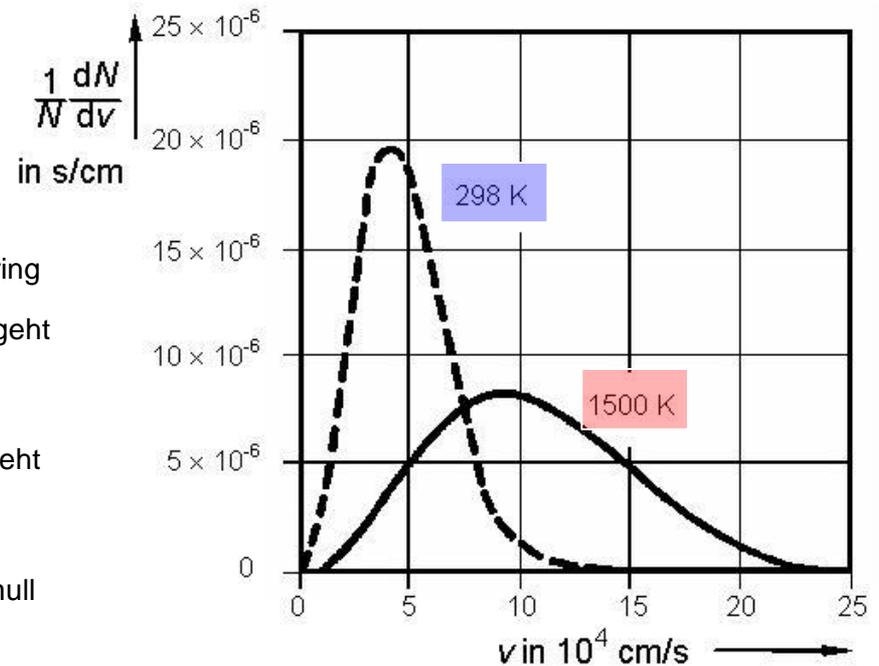
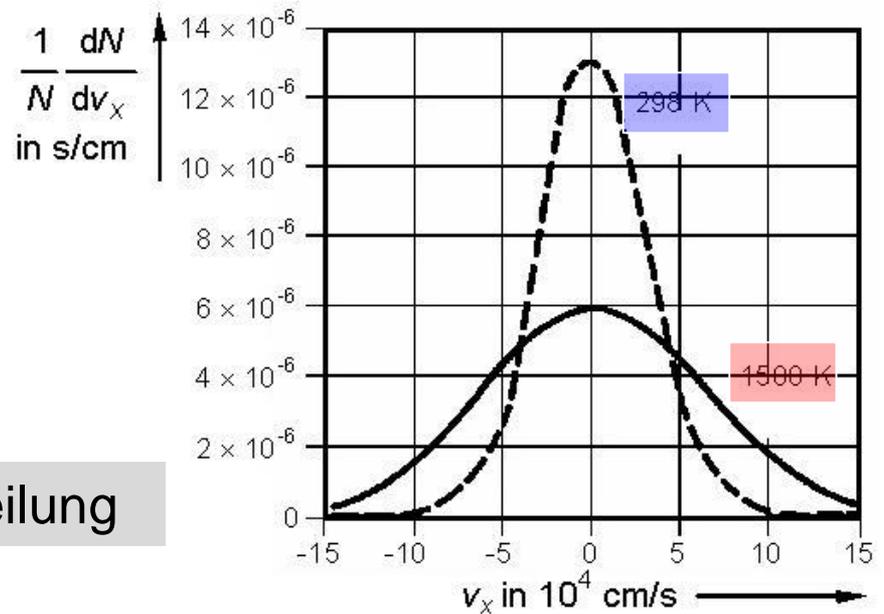
$$f(v_x) = \left(\frac{M}{2\pi R T} \right)^{1/2} e^{-Mv_x^2/2RT}$$

Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung

Dreidimensionale Geschwindigkeitsverteilung von Stickstoff-Molekülen bei 298 und 1500 K

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi R T} \right)^{3/2} v^2 e^{-Mv^2/2RT}$$

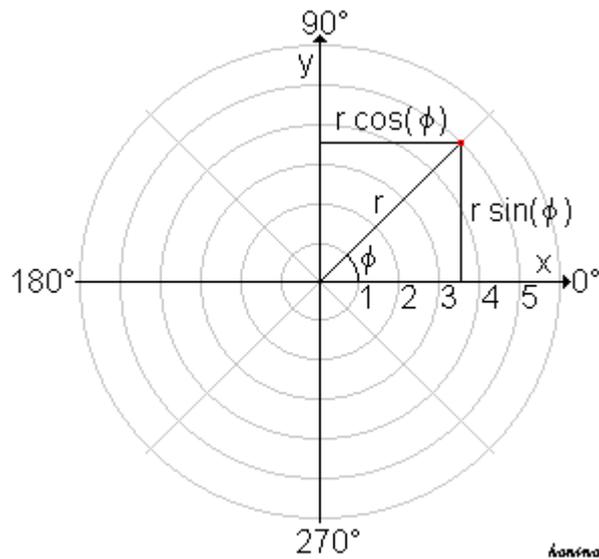
1. Abfallende Exponentialfunktion: $e^{-Mv^2/2RT}$
→ Anteil der Moleküle mit sehr hoher Geschwindigkeit sehr gering
2. Faktor $M/2RT$ vor v^2 im Exponenten: ist molare Masse M groß, geht der Exponentialterm schnell gegen null.
→ Schwere Moleküle bewegen sich nicht sehr schnell.
3. Hohe Temperaturen T : $M/2RT$ wird klein, der Exponentialterm geht nur langsam gegen null.
→ Bei hohem T bewegen sich die Moleküle schneller
4. Faktor v^2 : dominiert bei kleinen v → geht gegen null für v gegen null
→ Anteil von Molekülen mit geringer Geschwindigkeit klein.
5. Vorfaktor (Term in Klammern): Addition aller Anteile = 1

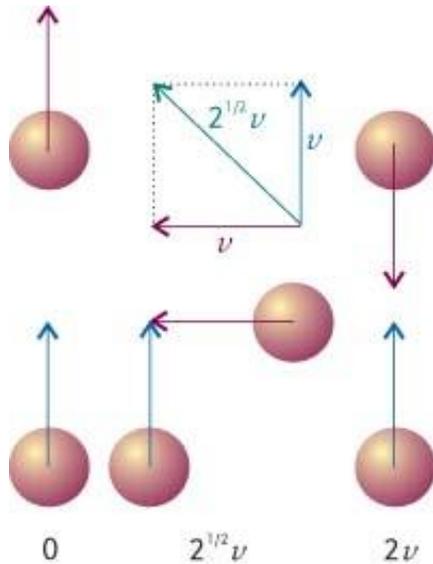


relative Häufigkeit

Tipp für das Übungsblatt:

zweidimensional: Einführung von Polarkoordinaten





Zusammenhang zwischen mittlerer Relativgeschwindigkeit und mittlerer Geschwindigkeit der Moleküle in einem Gas.

Gleiche Richtung: $v_{\text{rel}}=0$

Entgegengesetzte Richtung: $v_{\text{rel}}=2v$.

Seitliche Annäherung (häufigster Fall): $v_{\text{rel}}= \sqrt{2}v$
 → mittlere Relativgeschwindigkeit ist ebenfalls $\approx \sqrt{2}v$

Die mittlere freie Weglänge für Gasmoleküle bei verschiedenen Drücken

Druckbereich	Druck in hPa	Teilchendichte n in Moleküle pro cm^3	mittlere freie Weglänge λ
Umgebungsdruck	1013	$2,7 \cdot 10^{19}$	68 nm
Großvakuum	300 ... 1	$10^{19} \dots 10^{16}$	0,1 ... 100 μm
Feinvakuum	1 ... 10^{-3}	$10^{16} \dots 10^{13}$	0,1 ... 100 mm
Hochvakuum (HV)	$10^{-3} \dots 10^{-7}$	$10^{13} \dots 10^9$	10 cm ... 1 km
Ultrahochvakuum (UHV)	$10^{-7} \dots 10^{-12}$	$10^9 \dots 10^4$	1 km ... 10^5 km
extr. Ultrahochv. (XHV)	$<10^{-12}$	$<10^4$	$>10^5$ km